

## SOBRE A DATAÇÃO POR DECAIMENTO RADIOATIVO

Wendel Botelho Alves \*

### Resumo

Este artigo apresenta a aplicabilidade das Equações Diferenciais no processo de datação por Decaimento Radioativo. Tomaremos como objeto de estudo a técnica de datação por Carbono-14, no qual será formulado um modelo matemático envolvendo uma Equação Diferencial que permite estimar a idade de fósseis, vestígios, peças ou objetos pertencentes a épocas passadas.

**Palavras-chave:** Equações Diferenciais; Datação por Carbono-14; Decaimento Radioativo.

### Abstract

This article presents the applicability of differential equations in the process of decay radioactive. We will take as its object of study the technique of dating by carbon-14, which will be formulated a mathematical model of differential equations that can estimate the age of fossil remains, parts or objects that belong to the past.

**Keywords:** Differential Equations; dating carbon-14, radioactive decay

### 1. Introdução

As Equações Diferenciais tem ampla variedade de aplicações nas ciências naturais, pois, muitos fenômenos quando formulados em conceitos matemáticos envolvem funções e taxas de variações destas funções. A arqueologia, por exemplo, é um campo de aplicação muito interessante de Equações Diferenciais. Quem não já deve ter ouvido, visto ou lido notícias sobre escavações arqueológicas, em que um pedaço de ferramenta feita de madeira é encontrado e o arqueólogo descobre que ele tem cinco mil anos de idade. A múmia de uma criança é encontrada e um arqueólogo diz que a criança viveu há mais de dois mil anos. Mas como é que os cientistas sabem a idade de um objeto ou de restos humanos? Que métodos eles usam e como é que esses métodos funcionam? Neste artigo, vamos verificar os métodos (prestando atenção especial na datação por carbono-14) pelos quais os cientistas usam para determinar a idade dos objetos através do processo de decaimento radioativo e, em seguida, demonstraremos o cálculo usando um modelo matemático de Equações Diferenciais Ordinárias e tomando como exemplos relatos históricos de objetos datados.

### 2. Datação por decaimento radioativo

---

\* Pós-graduado em Matemática pelo UNIVAG

ISSN 1980-7341

Para facilitar o entendimento apresentaremos, primeiramente, as técnicas de datação que permitem uma avaliação da idade de fósseis, vestígios, peças ou objetos pertencentes a épocas passadas. As técnicas de datação classificam-se em dois grupos: as relativas e as absolutas. As técnicas relativas simplesmente comparam materiais ou objetos entre si, o que permite a mera classificação cronológica dentro de um conjunto estudado. Dessa forma, durante o séc. XIX, os geólogos conseguiram construir uma escala relativa do tempo chamada geológica. Os métodos absolutos de datação permitem determinar com excelente precisão a idade real, o tempo de existência de peças arqueológicas ou apenas antigas, desde que sejam de origem orgânica ou estejam cronologicamente relacionadas com espécimes orgânicos.

Faremos agora uma breve abordagem dos conceitos que envolvem o processo de decaimento radioativo, mas antes, apresentaremos a estrutura de um átomo, tendo em vista que o elemento químico carbono-14 será objeto de estudo deste artigo, e que o processo de decaimento radioativo ocorre em seu núcleo.

A estrutura de um átomo é semelhante à do Sistema Solar, consistindo em um núcleo, onde fica concentrada a massa, como o Sol, e em partículas girando em seu redor, denominadas elétrons, equivalentes aos planetas. Já o núcleo do átomo é formado, basicamente, por partículas de carga positiva, chamadas prótons, e de partículas de mesmo tamanho, mas sem carga, denominadas nêutrons.

O número de prótons (ou número atômico) identifica um elemento químico, comandando seu comportamento em relação aos outros elementos.

O número de nêutrons no núcleo pode ser variável, pois, eles não têm carga elétrica. Com isso, um mesmo elemento químico pode ter massas diferentes. Átomos de um mesmo elemento químico com massas diferentes são denominados isótopos.

Agora, que já conhecemos um pouco da estrutura de um átomo, abordaremos sobre a radioatividade, capacidade que certos átomos possuem de emitir radiações eletromagnéticas e partículas de seus núcleos instáveis com o objetivo de adquirir estabilidade. A emissão de partículas faz com que o átomo radioativo de determinado elemento químico se transforme num átomo de outro elemento químico diferente.

O fenômeno da radioatividade foi descoberto pelo físico francês Henri Becquerel, em 1896. Becquerel realizou diversos estudos e verificou que sais de urânio emitiam radiação semelhante à dos raios-X, impressionando chapas fotográficas. Outros elementos pesados, com massas próximas à do urânio, como o rádio e o polônio, também tinham a mesma propriedade. O fenômeno foi denominado radioatividade e os elementos que apresentavam

ISSN 1980-7341

essa propriedade foram chamados de elementos radioativos. Comprovou-se que um núcleo muito energético, por ter excesso de partículas ou de carga, tende a estabilizar-se, emitindo o excesso de energia em formas de partículas e ondas. Em cada emissão de uma dessas partículas, há uma variação do número de prótons no núcleo, isto é, o elemento se transforma ou se transmuta em outro, de comportamento químico diferente.

Essa transmutação também é conhecida como desintegração radioativa, designação não muito adequada, porque dá a idéia de desagregação total do átomo e não apenas da perda de sua integridade. Um termo mais apropriado é decaimento radioativo, que sugere a diminuição gradual de massa e atividade.

Cada elemento radioativo, seja natural ou obtido artificialmente, se transmuta (se desintegra ou decai) a uma velocidade que lhe é característica. Para se acompanhar a duração (ou a “vida”) de um elemento radioativo foi preciso estabelecer uma forma de comparação. Por exemplo, quanto tempo leva para um elemento radioativo ter sua atividade reduzida à metade da atividade inicial? Esse tempo foi denominado meia-vida do elemento. Meia-vida, portanto, é o tempo necessário para a atividade de um elemento radioativo ser reduzida à metade da atividade inicial. Isso significa que, para cada meia-vida que passa, a atividade vai sendo reduzida à metade da anterior, até atingir um valor insignificante, que não permite mais distinguir suas radiações das do meio ambiente. Dependendo do valor inicial, em muitas fontes radioativas utilizadas em laboratórios de análise e pesquisa, após 10 meias vidas, atinge-se esse nível. Entretanto, não se pode confiar totalmente nessa “receita” e sim numa medida com um detector apropriado, pois, nas fontes usadas na indústria e na medicina, mesmo após 10 meias-vidas, a atividade da fonte ainda é, geralmente, muito alta.

Assim, o processo de decaimento radioativo se tornou uma importante ferramenta científica para a datação cronológica, sendo a datação por carbono-14 a mais conhecida e mais usada técnica de datação absoluta em arqueologia.

Esta técnica foi desenvolvida na universidade de Chicago, por um grupo de cientistas liderados pelo químico Willard F. Libby, em 1949. O químico norte americano Willard F. Libby nasceu em 17 de dezembro de 1908, em Grand Valley, Colorado e celebrou-se com a sua descoberta, a técnica da datação por carbono-14 ou radiocarbono.

O impacto dessa descoberta e da utilização desta técnica foi impressionante na arqueologia, levando a construção, nas seis décadas que se seguiram, de uma cronologia cultural, à escala global, dos últimos 40 mil anos. Com esta técnica, muito do estudo e esforço em datações foi divergido para outras questões igualmente importantes dentro da arqueologia. Em 1960,

ISSN 1980-7341

Libby recebeu o prêmio Nobel de química, pelo seu estudo e descoberta. Hoje em dia existe mais de cem laboratórios de datação por radiocarbono distribuídos pelo mundo.

Os átomos de carbono-14 criados por raios cósmicos combinam-se com oxigênio para formar dióxido de carbono, que as plantas absorvem naturalmente e incorporam a suas fibras por meio da fotossíntese. Como os animais e humanos comem plantas, acabam ingerindo o carbono-14 também. A teoria da datação por carbono baseia-se no fato de que a razão de carbono-14 por carbono normal (carbono-12) no ar e em todos os seres vivos mantém-se constante durante quase todo o tempo. Talvez um em cada trilhão de átomos de carbono seja um átomo de carbono-14. Os átomos de carbono-14 estão sempre decaindo, mas são substituídos por novos átomos de carbono-14, sempre em uma taxa constante. Assim que um organismo morre, ele para de absorver novos átomos de carbono, a relação de carbono-14 por carbono-12 no momento da morte é a mesma que nos outros organismos vivos, mas o carbono-14 continua a decair e não é mais repostado, nesse instante, é acionado um relógio nuclear que consiste na percentagem decrescente de carbono-14 no organismo que morreu. Ao olhar a relação entre carbono-14 e o carbono-12 na amostra e compará-la com a relação em um ser vivo, é possível determinar a idade de algo que viveu em tempos passados de forma bastante precisa. Na verdade, o método de Libby não consiste em contar, diretamente, quantos átomos de carbono-14 permaneceram na amostra. Em vez disso, mede-se a radioatividade da amostra.

A meia vida do carbono-14 é de aproximadamente 5.730 anos. Se tivermos uma amostra de madeira tirada de uma árvore que morreu há muito tempo, compararmos a proporção de carbono-14 em árvores vivas e, usando um gráfico exponencial, saberemos quantos anos se passaram desde que a árvore morreu.

Algumas exceções são conhecidas para datação com o Carbono-14, como o fato dos organismos não receberem a quantidade de Carbono-14 igual à média do ambiente, mas estes casos, geralmente, são facilmente explicados. Outra exceção é o caso do Carbono-14 não fornecer resultados confiáveis para materiais com menos de 100 anos, pois, ele não terá sofrido decaimento o suficiente para a sua determinação.

O método também não é adequado para materiais com mais de 40.000 anos. Isso devido ao fato de que após esse período já terão se passado sete meias-vidas do Carbono-14 e seu nível de radiação terá decrescido até quase zero. Já as idades de milhões de anos são baseadas em outros métodos inorgânicos. Porém, as idades determinadas por carbono-14 parecem ser precisas quando comparadas aos relatos históricos.

ISSN 1980-7341

Entre alguns casos em que foi empregada a técnica da datação pelo Carbono-14, pode-se destacar o caso dos manuscritos do Mar Morto (as escrituras mais antigas já descobertas do Velho Testamento). A coleção de manuscritos, descoberta por um pastor, teve sua autenticidade comprovada pelo método do Carbono-14 ao se constatar a atividade do carbono radioativo em 11 dpm/g. Após cálculo, verificou-se a idade de 2.000 anos, comprovando que os manuscritos do Mar Morto remontam ao tempo em que Cristo viveu.

Em outro caso chegou-se a uma conclusão diferente da obtida na análise dos manuscritos. O teste com o Carbono-14 no Sudário de Turim, supostamente o manto que recobriu o corpo de Cristo após sua morte, mostrou que o linho utilizado na confecção do manto tinha sua origem entre os anos 1260 e 1390. Portanto, não poderia ser o sudário que recobriria o corpo de Jesus. Essa conclusão é resultado de polêmica até os dias de hoje.

Ainda que os resultados do método de datação do Carbono-14 provoquem polêmicas, ele é largamente empregado na arqueologia e na antropologia para a determinação da idade aproximada de diversos fósseis. As múmias características da civilização egípcia podem ter suas idades verificadas por esse método, pois, o período do Antigo Egito, segundo historiadores e arqueólogos, compreendeu o período de 4.500 a.C. a 641 d.C., ou seja, dentro do intervalo de datação do Carbono-14.

O potássio 40 é outro elemento radioativo encontrado naturalmente e tem meia vida de 1,3 bilhões de anos. Além dele, outros radioisótopos úteis para a datação radioativa incluem o urânio 235 (meia vida de 704 milhões de anos), o urânio 238 (meia vida de 4,5 bilhões de anos), tório 232 (meia vida de 14 bilhões de anos) e o rubídio 87 (meia vida de 49 bilhões de anos). Uma aplicação muito importante da lei do decaimento radioativo é a nucleocosmocronologia, que consiste em estimar a idade do Universo, através da radioatividade de certos núcleos de vida média extremamente longa.

### **3. Fundamentação Teórica – Lei do decaimento radioativo**

Como já vimos, as Equações Diferenciais tem ampla variedade de aplicações nas ciências naturais, pois, muitos fenômenos quando formulados em conceitos matemáticos envolvem funções e taxas de variações (derivadas) destas funções. Assim, resolver uma equação diferencial é encontrar uma função que satisfaça a equação.

As equações diferenciais têm inúmeras aplicações práticas em medicina, engenharia, química, biologia e outras diversas áreas do conhecimento, são usadas muito frequentemente para

ISSN 1980-7341

descrever processos nos quais a mudança de uma medida ou dimensão é causada pelo próprio processo. Dividem-se em dois tipos:

Equação diferencial ordinária (EDO), contém apenas funções de uma variável e derivadas daquela mesma variável.

Equação diferencial parcial (EDP), contém funções com mais do que uma variável e suas derivadas parciais.

Neste artigo, utilizaremos dos conceitos da Equação Diferencial Ordinária, mais especificamente, as de Variáveis Separadas, que são Equações Diferenciais cuja solução pode ser obtida mediante integração direta.

Assim, Equações Diferenciais de Variáveis Separadas são Equações Diferenciais cujas variáveis podem ser separadas, gerando uma equação diferencial do tipo,

$$f(x)dx = g(y)dy$$

A Lei de Decaimento Radioativo se baseia no fato de que certos materiais radioativos se desintegram (ou decaem) a uma taxa de variação proporcional à quantidade presente no material, isto é, o número de átomos que se decompõem por unidade de tempo numa massa de átomos instáveis dependem do total dos átomos existentes.

Costuma-se dar ao núcleo que decai o nome de pai e ao núcleo, resultado do decaimento, o nome de filho. É impossível precisar em uma massa de átomos qual núcleo irá decair espontaneamente, porém, pode-se estimar a probabilidade de decaimento por unidade de tempo de um elemento, que recebe o nome de taxa de decaimento. O número de desintegrações por unidade é chamado de atividade, sendo definida como a razão de decaimento, expressa por,

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda Q(t)$$

Esta equação diferencial é separável, que pode ser transformada em,

$$\frac{dQ}{Q} = -\lambda dt$$

Integrando ambos os membros, temos,

$$\int \frac{dQ}{Q} = -\int \lambda dt$$

ISSN 1980-7341

$$\ln Q = -\lambda t + k_0$$

Da definição de logaritmos vem,

$$Q = e^{-\lambda t} \cdot e^{k_0}$$

$$Q = C \cdot e^{-\lambda t}$$

onde  $Q$  é o número de núcleos radioativos no instante  $t$ ,  $C$  é o número inicial de núcleos radioativos e  $\lambda$  é a chamada constante de decaimento, que varia para cada isótopo e caracteriza a fração de núcleos que decaem na unidade de tempo, isto é, determina a taxa de decaimento. Assim, sendo  $Q(0)=Q_0$  a quantidade inicial do material radioativo considerado, a equação pode ser escrita como

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Quando não conhecemos o material radioativo, devemos determinar o valor da constante de decaimento  $\lambda$ , o que pode ser feito através da característica de “meia-vida” do material (que pode ser determinada através de análises em laboratórios químicos). “Meia-vida” é o tempo necessário para desintegrar a metade do material. Por exemplo, a meia-vida do Carbono-14 é de aproximadamente 5.730 anos. Usaremos, então, a meia-vida de 5.730 anos para determinar a constante de decaimento  $\lambda$  do carbono-14.

Como  $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\lambda t}$ , então, para  $t = 5730$  anos teremos  $Q(5730) = (1/2)Q_0$ , logo,

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$(1/2)Q_0 = Q_0 e^{-5730\lambda}$$

$$e^{-5730\lambda} = 1/2$$

Aplicando logaritmo natural em ambos os membros da igualdade, obtemos,

$$\ln e^{-5730\lambda} = \ln (1/2)$$

$$-5730\lambda = \ln (1/2)$$

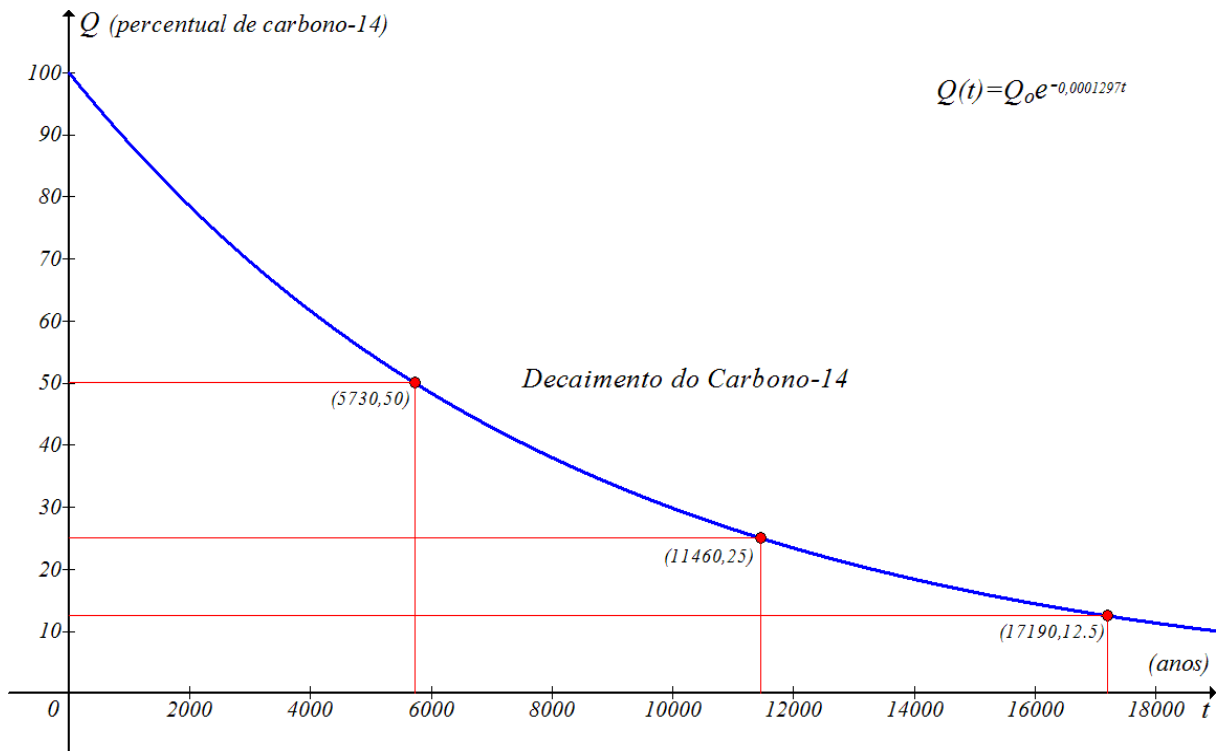
$$\lambda = -(\ln 0,5)/5730$$

$$\lambda \approx 1,20968094 \cdot 10^{-4} /ano$$

e dessa forma temos a função que determina a quantidade de material radioativo de carbono-14 em relação ao tempo,

$$Q(t) = Q_0 e^{-0,00012097t}$$

O gráfico a seguir representa o decaimento radioativo do carbono-14 a partir da função obtida.



Consideremos  $Q_0$  a quantidade inicial do material, o eixo dos  $Q$  o seu percentual, o eixo dos  $t$  o tempo em anos. Podemos verificar que a cada período de cerca de 5.730 anos, a quantidade de Carbono-14 fica reduzida a 50% da quantidade anterior.

#### 4. Datações com o Teste do Carbono-14

##### O Sudário de Turim



O teste com o Carbono-14 no Sudário de Turim mostrou que o linho utilizado na confecção do manto tinha sua origem entre os anos 1260 e 1390. Portanto, não poderia ser o sudário que recobria o corpo de Jesus. Essa conclusão é resultado de polêmica até os dias de hoje. Demonstraremos, então, um dos testes do carbono-14 realizados pelos cientistas para estimar a idade do sudário.

O primeiro teste foi realizado em 1988, quando o Vaticano autorizou o Museu Britânico a datar a relíquia de pano conhecida como o Sudário de Turim, possivelmente o Sudário de Jesus de Nazaré. Este pano que

apareceu em 1956 contém o negativo da imagem de um corpo humano que se acreditavam ser

Fonte: bloggerheads.com

ISSN 1980-7341

o de Jesus (figura ao lado). O relatório do Museu Britânico mostrou que as fibras no pano continham entre 92% e 93% do carbono-14 original. Usaremos essa informação para estimar a idade do sudário.

A função que determina a quantidade de material radioativo de carbono-14 em qualquer momento é dada por

$$Q(t) = Q_0 e^{-0,00012097t}$$

assim, a fração de carbono-14 original que permanecerá após  $t$  anos é

$$Q(t)/Q_0 = e^{-0,00012097t}$$

tomando-se o logaritmo natural em ambos os membros e resolvendo-se para  $t$ , obtemos

$$\begin{aligned} \ln[Q(t)/Q_0] &= \ln e^{-0,00012097t} \\ -0,00012097t &= \ln[Q(t)/Q_0] \\ t &= (-1/0,00012097) \ln[Q(t)/Q_0] \end{aligned}$$

Assim, tomando-se a razão de decaimento  $Q(t)/Q_0$  como sendo 0,93 e 0,92, obtemos

$$t_1 = (-1/0,00012097) \ln(0,93) \approx 600 \text{ anos}$$

$$t_2 = (-1/0,00012097) \ln(0,92) \approx 689 \text{ anos}$$

Isto significa que, em 1988, quando o teste foi feito a idade do Sudário de Turim estava entre 600 e 698 anos, colocando desta forma a sua origem entre 1299 e 1388 d.C. Portanto, aceitando-se a validade de datar por carbono-14, o sudário de Turim não poderia ser o de Jesus de Nazaré.

Cientistas datam construção de Stonehenge de 2300 a.C.



Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre

Em 2008, arqueólogos dataram a construção de Stonehenge, o conhecido conjunto pré-histórico de círculos de pedra na planície de Salisbury, no sul da Inglaterra, para o período em torno de 2300 a.C., um passo importante para descobrir como e por que o misterioso monumento foi criado.

ISSN 1980-7341

Para definir a data, o professor Tim Darvill (Universidade de Bournemouth) e o arqueólogo Geoff Wainwright receberam permissão das autoridades para escavar um pedaço de terra de apenas 2,5 m x 3,5 m entre dois círculos das pedras gigantes.

A escavação produziu cerca de 100 peças de material orgânico das bases das pedras, agora enterradas. Dessas peças, 14 foram enviadas para a Universidade de Oxford para uma análise com radiocarbono. O resultado indicou a construção para o período "entre 2400 a.C. a 2200 a.C" - o ano de 2300 a.C. foi tirado como uma média.

A partir da data média de 2300 a.C. obtida dos materiais orgânicos, calcularemos a concentração de carbono-14 aproximada contida nas amostras.

Como vimos, a fração de carbono-14 original que permanecerá após  $t$  anos é dada por

$$Q(t)/Q_0 = e^{-0,00012097t}$$

O período de decaimento será  $t = 2300 + 2008 = 4308$  anos, assim obtemos

$$Q(4308)/Q_0 = e^{-0,00012097t}$$

$$Q(4308)/Q_0 = e^{-0,00012097 \cdot 4308}$$

$$Q(4308)/Q_0 = e^{-0,52113876}$$

$$Q(4308)/Q_0 \approx 0,593843916$$

Portanto, a concentração de carbono-14 contida nos materiais orgânicos representa aproximadamente 59% do carbono-14 original.

## 5. Considerações Finais

Esperamos que este artigo possa esclarecer melhor o processo de datação por decaimento radioativo (em particular utilizando o carbono-14), no qual é possível estabelecer, através das Equações Diferenciais Ordinárias, um modelo matemático que permite determinar a idade aproximada de objetos pertencentes ao passado, contribuindo assim na arqueologia, campo de conhecimento de vital importância para o estudo e entendimento da nossa pré-história, e história, bem como para compreender melhor a evolução do homem e sua ação no tempo e no espaço.

## 6. Referências Bibliográficas

ISSN 1980-7341

- ANTON, Howard. BIVENS, Iri. DAVIS, Stephen. *Cálculo*. 8ª Edição, Volume 2. Editora Bookman. Porto Alegre – RS, 2007.
- BBC Brasil. *Cientistas datam construção de Stonehenge de 2.300 a.C.*. Ciência e Saúde: Arqueologia. Disponível em:  
 <<http://g1.globo.com/Noticias/Ciencia/0,,MUL768729-5603,00-CIENTISTAS+DATAM+CONSTRUCAO+DE+STONEHENGE+DE+AC.html>>.  
 Acesso em: 10/09/2009.
- BRAIN, Marshall. *Como Funciona a datação por carbono-14*. artigo eletrônico: Arqueologia e Paleontologia. Disponível em:  
 <<http://ciencia.hsw.uol.com.br/carbono-14.htm>>. Acesso em: 10/09/2009.
- CARDOSO, Eliezer de Moura. *Apostila Educativa: Radioatividade*. Disponível em:  
 <[www.cnen.gov.br/ensino/apostilas/radio.pdf](http://www.cnen.gov.br/ensino/apostilas/radio.pdf)>. Acesso em: 18/09/2009.
- COELHO, João Manuel. *Datação em Arqueologia*. Disponível em:  
 <<http://www.cph.ipt.pt/angulo2006/img/01-02/datacaoarqueologia.pdf>>.  
 Acesso em: 02/10/2009
- FURASTE, Pedro A. *Normas Técnicas para o Trabalho Científico. Explicitações das Normas da ABNT*. 13ª edição, Porto Alegre: ABNT Editora, 2005.
- SODRÉ, Prof. Ulysses. *Equações Diferenciais Ordinárias*. Computação, Engenharia Elétrica e Engenharia Civil. pág. 46 a 49. Disponível em:  
 <<http://www.dcc.ufam.edu.br/~rsb/tutoriais/edo.pdf>>. Acesso em: 02/09/2009.
- ZILL, Dennis G. *Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem*, São Paulo, Pioneira Thomson Learning Ltda, 2003.
- Software utilizado para fazer as equações e o gráfico: *MathType 6.0* e *Graph 4.3*